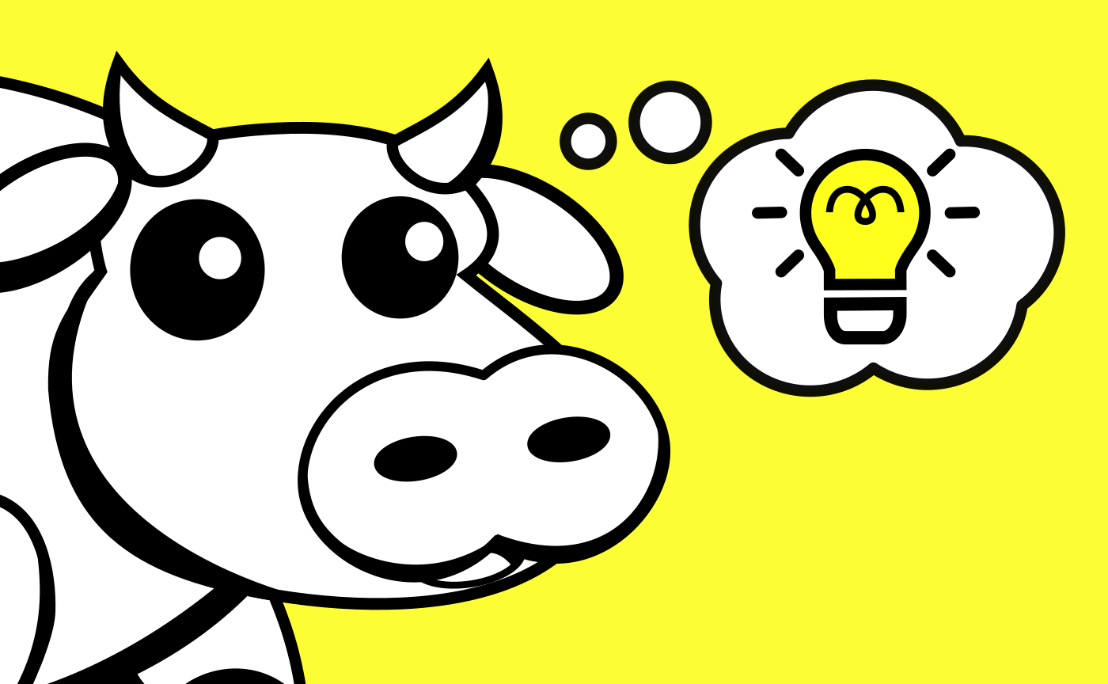
Prof. Tco. Luis Sebastián de los Angeles Hernández



Lógica Proposicional   
Para Informática

**Elementos de Lógica para el 1° año de   
EMT de Informática en CETP/UTU**

*Contenidos:*

[Lógica Proposicional para Informática 2](#_Toc40177656)

[1 - Introducción a la Lógica Proposicional 2](#_Toc40177657)

[1.1 - ¿Qué es la Lógica Proposicional? 2](#_Toc40177658)

[1.2 - Las Proposiciones 2](#_Toc40177659)

[¿Qué es una proposición lógica? 2](#_Toc40177660)

[El Valor de Verdad 3](#_Toc40177661)

[La Tabla de Verdad 4](#_Toc40177662)

[Tipos de Proposiciones 4](#_Toc40177663)

[Notación BNF para Expresar Proposiciones 7](#_Toc40177664)

[2 - Operadores Lógicos 8](#_Toc40177665)

[2.1 - ¿Qué es un Operador Lógico? 8](#_Toc40177666)

[2.2 - Operaciones Lógicas Simples 9](#_Toc40177667)

[La Negación (El operador lógico NO, también llamado NOT) 9](#_Toc40177668)

[La Conjunción (El operador lógico Y, también llamado AND) 10](#_Toc40177669)

[La Disyunción Simple (El operador lógico O, también llamado OR) 13](#_Toc40177670)

[La Disyunción Exclusiva (El operador lógico XOR) 15](#_Toc40177671)

[2.3 - Operaciones Lógicas Combinadas 18](#_Toc40177672)

[Combinación de Operadores Lógicos 18](#_Toc40177673)

# Lógica Proposicional para Informática

# 1 - Introducción a la Lógica Proposicional

## 1.1 - ¿Qué es la Lógica Proposicional?

La lógica es una rama de la filosofía que estudia **la forma en que el ser humano razona**. Al igual que la propia filosofía, la lógica tiene diferentes ramas y escuelas de pensamiento que se han desarrollado desde sus orígenes en con los pensadores de la Grecia antigua. Una de estas ramas es la ***lógica proposicional***.

Esta rama en particular, intenta establecer cómo se forma **un pensamiento o razonamiento válido**: el pensamiento que se ha formado correctamente, que no presenta ambigüedades ni contradicciones.

El objetivo de este curso es la **lógica proposicional**, la cual se encarga del estudio de las expresiones llamadas proposiciones, de la forma de combinarlas y el resultado de estas combinaciones.

## 1.2 - Las Proposiciones

### ¿Qué es una proposición lógica?

Llamaremos **proposición simple**, o **proposición** a secas, a cualquier expresión que ***solo puede ser verdadera o falsa***, pero no las dos al mismo tiempo.

En el lenguaje cotidiano, este tipo de expresiones suelen ser llamadas ***afirmaciones***.

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DEFINICIÓN 1.1: Proposición**  Es una expresión lógica que se caracteriza por el hecho de que no es ambigua: solo puede ser verdadera o falsa, pero no ambas cosas al mismo tiempo.  En lenguaje cotidiano, las denominamos afirmaciones. |

Algunos ejemplos de proposición simple en lenguaje cotidiano serían estos:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **EJEMPLO 1.1: Proposiciones simples en lenguaje cotidiano:**   * “Hoy está lloviendo” * “Los chanchos vuelan” * “Los conejos saltan” |

Es fácil notar que estas expresiones no dan lugar a términos medios. La única respuesta posible a cualquiera de ellas es “es verdadero” o “es falso”.

En la lógica proposicional evitamos el uso del lenguaje cotidiano debido a su tendencia a las ambigüedades y las confusiones, muy comunes en nuestras expresiones habituales. Solamente usaremos lenguaje cotidiano para que resulte más sencillo explicar el funcionamiento de las operaciones lógicas.

Estudiemos un poco el ejemplo 1.1:

* “Hoy está lloviendo”

Es fácil notar que **no es posible** modificar esta expresión sin **agregarle más elementos**. Si intento **quitarle elementos** o **cambiar elementos** de la misma, podría, quizás, obtener otra expresión válida, pero esto resultaría en una **proposición equivalente**, que **expresa lo mismo**, pero escrito de otra manera. Por ejemplo, si quito la palabra “Hoy” obtengo:

* “Está lloviendo”

Que es equivalente a la proposición original, ya que expresa la misma idea.

Esto nos muestra con mucha claridad porque decimos que **el lenguaje cotidiano tiende a la ambigüedad**: en el mismo existen **muchas formas de expresar lo mismo**, de formular la misma proposición, pero **con expresiones diferentes,** lo cual contribuye a la confusión.

Además de eso, la lógica proposicional **no le asigna un juicio de valor a la proposición**. O sea, la proposición en si puede expresar **un hecho falso, o un hecho imposible en lenguaje cotidiano**. Pero a la lógica proposicional eso **no le importa**. De hecho, ni siquiera es un tema de estudio.

**Lo único que le importa** a la lógica proposicional es que la expresión tenga **validez lógica**.

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DEFINICIÓN 1.2: Validez Lógica**  Una expresión tiene validez lógica si dicha expresión **puede comprobarse** mediante algún método, y si mediante ese método de comprobación siempre se obtiene el mismo resultado. |

### El Valor de Verdad

Un componente fundamental de la validez lógica radica en el hecho de que ninguna proposición lógica puede tener ambigüedades: **una proposición** **sólo puede ser verdadera o ser falsa**. No puede ser verdadera y falsa al mismo tiempo, o no ser ni verdadera ni falsa.

A esa característica le llamaremos ***valor de verdad.*** Toda proposición tiene un valor de verdad establecido, y ese valor, como ya vimos, solamente puede ser verdadero o falso.

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DEFINICIÓN 1.3: Valor de Verdad**  Es el valor que una proposición toma ante una operación lógica. Cada proposición solo puede tener un solo valor en un momento dado. Este valor sólo puede ser verdadero o falso. |

### La Tabla de Verdad

Para poder expresar estos valores, usaremos una herramienta llamada **tabla de verdad**.

La tabla de verdad nos permite visualizar todos los posibles valores de una proposición y la forma en que esos valores cambian según voy aplicándole operaciones lógicas.

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DEFINICIÓN 1.4: Tabla de Verdad**  Es un diagrama que permite visualizar fácilmente **todos los posibles valores de verdad** de una proposición dada, en todas sus posibles combinaciones. |

Un ejemplo de tabla de verdad, aplicado a los ejemplos de proposición que ya vimos, es el siguiente:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO 1.2: Tabla de Verdad**   |  | | --- | | “Hoy está lloviendo” | | V | | F | |

La tabla de verdad se diseña de esta manera:

1. Se indica la proposición con la que se está trabajando,
2. Se traza una línea
3. Bajo esa línea añadimos **todos los posibles valores de verdad** de **esa proposición**.
4. ***¡Listo!***

Si se trata de solo una proposición, como en el ejemplo, la combinación de valores de verdad nos dejará solo dos valores: **V** y **F,** verdadero y falso.

### Tipos de Proposiciones

Este tipo de proposiciones, cuya tabla de verdad solo tiene dos valores, se llaman **proposiciones atómicas** o **proposiciones simples**.

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DEFINICIÓN 1.5: Proposiciones Atómicas**  Son proposiciones no pueden dividirse en proposiciones más sencillas, ni siquiera en lenguaje cotidiano. La combinación de valores de su tabla de verdad solo tiene dos valores: **V** y **F.** |

Los ejemplos que se muestran en el ejemplo 1.1 son ejemplos de proposiciones atómicas.

Ahora bien, si tomamos varias proposiciones atómicas y las combinamos mediante conectores, obtendremos una **proposición compleja.**

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DEFINICIÓN 1.6: Proposiciones Complejas**  Son proposiciones formadas por la combinación de **dos o más proposiciones simples** mediante **conectores u operadores lógicos**.  La **cantidad de combinaciones** de valores de su tabla de verdad va a depender de la cantidad de **proposiciones atómicas diferentes** que la formen. |

En lenguaje cotidiano, se trata de expresiones que contienen las partículas “Y” u “O”. Por ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
|  | **EJEMPLO 1.3: Proposiciones complejas en lenguaje cotidiano:**   * **“Hoy está lloviendo y esta frío”** =   “Hoy está lloviendo” + “y” + “Hoy está frío” * **“Los chanchos vuelan o corren muy rápido”** =   “Los chanchos vuelan” + ”o” + “Los chanchos corren muy rápido”   * **“Los conejos saltan y rebotan contra los troncos”** =   “Los conejos saltan” + “y” + ” Los conejos rebotan contra los troncos” |

Las proposiciones complejas tienen tablas de verdad que son, también, más complejas. Esto se debe a que, si bien, cada proposición simple sigue teniendo solo dos valores de verdad posibles, los valores de verdad de una proposición son independientes de los valores de verdad de otra proposición.

Por ejemplo, consideremos el primer ejemplo: “Hoy está lloviendo y esta frío”, que, como se muestra en el ejemplo, está formado por las proposiciones “*Hoy está lloviendo*” y “*Hoy está frío*”, unidas por la partícula “*y*”.

Esto da lugar a las siguientes posibilidades de valores de verdad:

* “Hoy está lloviendo” tiene valor de verdad ***V*** y “Hoy está frío” tiene valor de verdad ***V***
* “Hoy está lloviendo” tiene valor de verdad ***V*** y “Hoy está frío” tiene valor de verdad ***F***
* “Hoy está lloviendo” tiene valor de verdad ***F*** y “Hoy está frío” tiene valor de verdad ***V***
* “Hoy está lloviendo” tiene valor de verdad ***F*** y “Hoy está frío” tiene valor de verdad ***F***

De esta manera, podemos ver que la tabla de verdad va a tener bastantes valores más. Para armar esta tabla de verdad, haremos como en el caso de una proposición simple: nombraremos cada proposición y luego pondremos una línea por debajo, y agregaremos los valores de verdad de cada una debajo, siguiendo las combinaciones que acabamos de ver.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO 1.4: Tabla de Verdad de una Proposición Compleja formada por Dos Proposiciones**  “Hoy está lloviendo y está frío”   |  |  | | --- | --- | | “Hoy está lloviendo” | “Hoy está frío” | | V | V | | V | F | | F | V | | F | F | |

Si mi proposición compleja tiene más de dos proposiciones atómicas, entonces mis combinaciones aumentan:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO 1.5: Tabla de Verdad de una Proposición Compleja formada por Tres Proposiciones**  “**Hoy está lloviendo** y **está frío** y **hay mucha humedad**”   |  |  |  | | --- | --- | --- | | **“Hoy está lloviendo”** | **“Hoy está frío”** | **“Hoy hay mucha humedad”** | | V | V | V | | V | V | F | | V | F | V | | V | F | F | | F | V | V | | F | V | F | | F | F | V | | F | F | F | |

Como se puede apreciar, la complejidad aumenta de forma geométrica con cada nueva proposición simple que agreguemos.

A eso debemos añadirle que el lenguaje cotidiano puede confundirnos con su ambigüedad.

Por ejemplo: **“*Hoy está lloviendo y está frío y no hace calor*”**, es una **proposición compleja** formada por las siguientes proposiciones simples:

* “Hoy está lloviendo”
* “Hoy está frío”
* “Hoy no hace calor”

Pero las dos últimas proposiciones **son equivalentes**, ya que expresan **exactamente lo mismo**, por lo tanto, **no hay dos proposiciones diferentes**, sino que desde un punto de vista lógico **se trata de la misma proposición**. Eso significa que con mucha facilidad yo podría equivocarme al analizar una proposición compleja en lenguaje cotidiano, dándole más complejidad que la que realmente tiene, o menos.

Esto resulta muy problemático para el estudio de proposiciones complejas. Por eso debemos **abandonar el uso del lenguaje cotidiano** y utilizar una **notación especial**.

### Notación BNF para Expresar Proposiciones

Como ya vimos, el lenguaje cotidiano es **demasiado ambiguo** como para resultar confiable en el estudio de las proposiciones. Por ese motivo, se utiliza una notación especial llamada **Notación Formal de Backus-Naur (BNF).**

En esta notación, una proposición simple **se reduce a una sola letra**. Y **cada proposición diferente se identifica con una letra diferente**. De esta manera dejamos de considerar el lenguaje cotidiano y nos centramos solamente en las proposiciones **y cómo estas se relacionan entre sí**.

Por ejemplo:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO 1.6: Proposiciones en Notación BNF**   |  |  | | --- | --- | | “Hoy está lloviendo” | a | | “Hoy hace frío” | b | | “Hoy está lloviendo y hace frío” | a **Y** b | |

De esta manera, podemos convertir la tabla del ejemplo 1.5 con esta notación, simplificándola un poco:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO 1.5: Tabla de Verdad de una Proposición Compleja formada por Tres Proposiciones**  “Hoy está lloviendo y está frío y hay mucha humedad”  a **Y** b **Y** c   |  |  |  | | --- | --- | --- | | a | b | c | | V | V | V | | V | V | F | | V | F | V | | V | F | F | | F | V | V | | F | V | F | | F | F | V | | F | F | F | |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **CONCLUSIÓN:**   * La lógica proposicional estudia el razonamiento humano mediante el estudio de las proposiciones y cómo usarlas para generar expresiones con validez lógica. * Una proposición es una expresión que sólo puede ser verdadera o falsa. * No importa que la expresión sea verdadera o falsa, solo importa que pueda tener esos dos valores, y solo esos dos valores. * Ese valor de una proposición es llamado valor de verdad. * Las proposiciones más sencillas son llamadas proposiciones atómicas, y varias proposiciones atómicas pueden combinarse en proposiciones complejas mediante conectores llamados operadores lógicos. |
|  | * La combinación de todos los valores de verdad de una proposición se expresa en una tabla de verdad. * La tabla de verdad de una proposición compleja puede ser bastante extensa. * El lenguaje cotidiano es muy ambiguo y complica la tarea de estudiar las proposiciones, por lo que se hace necesario una notación especial, llamada notación BNF. * En esa notación, una proposición atómica se reduce a solo una letra. |

# 2 - Operadores Lógicos

## 2.1 - ¿Qué es un Operador Lógico?

Los **operadores lógicos**, también llamadas **operaciones o conectores lógicos**, son los elementos que nos permiten **relacionar proposiciones entre sí**. Al aplicar una o varias operaciones lógicas a varias proposiciones, se **genera un cambio** en la tabla de verdad de las mismas. Este cambio depende de **cuáles** operaciones lógicas han sido aplicadas **y el orden** en que estas operaciones se han aplicado sobre las proposiciones.

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DEFINICIÓN 2.1: Operación Lógica, Operador Lógico o Conector Lógico**  Es un elemento que permite **relacionar proposiciones entre sí**.  Al aplicarse la operación lógica, la tabla de verdad **cambia de acuerdo a la operación lógica aplicada**. |

Las operaciones lógicas son **fundamentales para desarrollar proposiciones complejas**. Sin una operación lógica, no tenemos forma de relacionar proposiciones entre sí, y resultaría imposible desarrollar un proceso lógico para llegar a conclusiones.

Cuando le aplicamos una o varias operaciones a varias proposiciones simples, **obtenemos una nueva proposición**: una **proposición compleja**. Esta proposición tiene una tabla de verdad propia y diferente a las tablas de verdad de las proposiciones que la componen.

Para obtener esta tabla de verdad debemos aplicar **en orden** las propiedades de **cada operación lógica** a los valores de verdad de las proposiciones involucradas. Es un proceso que puede involucrar varios pasos y que nos devuelve, como resultado final, **la tabla de verdad de la proposición compleja**.

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-2.png | **IMPORTANTE:** La forma de operar para obtener la tabla de verdad de una proposición compleja, sobre todo en los casos en que participan varias operaciones lógicas, implica una serie de pasos y a veces nos sentiremos tentados a ***saltearnos pasos*, realizando la operación “mentalmente”**.  **NO SE DEBE HACER ESO**.  Al saltearnos un paso, **es muy posible** que pasemos por alto alguna particularidad de las operaciones y lleguemos a un **resultado erróneo**.  **LAS OPERACIONES LÓGICAS DEBEN REALIZARSE PASO A PASO, SIN EXCEPCIONES.** |

## 2.2 - Operaciones Lógicas Simples

### La Negación (El operador lógico NO, también llamado NOT)

La negación es la operación lógica más básica de todas y es la única que se puede aplicar sobre una sola proposición simple, sin que sea necesaria otra proposición para completar la expresión.

El símbolo de la negación es: y se aplica de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Si ***a*** es una proposición simple,  la ***negación de a*** se escribe: ***¬a*** |

La operativa de la negación sobre los valores de la tabla de verdad de una proposición es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DEFINICIÓN: Negación Lógica**  Es la operación que, al aplicarse sobre una proposición, transforma cada valor de verdad de la tabla de verdad de la misma, en su opuesto. Si un valor es V, pasa a F, y si un valor es F, pasa a V. |

En lenguaje cotidiano, la negación suele asociarse con la palabra NO. Si la proposición trabajada es ***“hoy esta lloviendo”***, la negación de esa proposición sería “***hoy NO está lloviendo***”.

Apliquemos la operativa descrita en la definición sobre la tabla de verdad de una proposición simple.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO: Aplicación de una negación sobre una proposición simple**   1. Planteamos la tabla de verdad de la proposición simple con la que estamos trabajando. Este paso es importante y siempre debe realizarse, ya que nos permite tener a mano los valores de verdad de los que partimos para operar.  |  | | --- | | *a* | | V | | F |  1. A esta tabla de verdad le añadimos la operación (u operaciones) que queremos realizar. En este caso se trata solamente de la ***negación de a***.  |  |  | | --- | --- | | *a* | ¬*a* | | V |  | | F |  |  1. A cada valor de la tabla de verdad de ***a*** le aplicamos las propiedades de la negación. El primer valor es **V** y según la definición de negación, se transforma en **F**  |  |  | | --- | --- | | *a* | ¬*a* | | **V** | **F** | | F |  |   El segundo valor de la tabla es **F**, y según la definición, se transforma en **V**   |  |  | | --- | --- | | *a* | ¬*a* | | V | F | | **F** | **V** |  1. De esta manera obtenemos el resultado final: la tabla de verdad de la ***negación de a***  |  |  | | --- | --- | | ***a*** | **¬*a*** | | **V** | **F** | | **F** | **V** | |

Si estamos trabajando con más de una proposición, y una de ellas esta negada, debemos aplicar la operación de negación ***a cada uno de los valores de verdad de la proposición negada***. Resultando en una tabla como la siguiente:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO: Negación en una tabla de verdad con varias proposiciones**   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***¬a*** | ***¬b*** | | V | V | F | F | | V | F | F | V | | F | V | V | F | | F | F | V | V | |

Nótese que **siempre se deben plantear los valores iniciales** de las proposiciones involucradas, y luego se plantean las operaciones sobre las proposiciones individuales.

### La Conjunción (El operador lógico Y, también llamado AND)

La conjunción es una operación lógica que **requiere dos proposiciones simples**, como todas las demás operaciones que analizaremos.

En lenguaje cotidiano, la conjunción suele asociarse con la partícula “Y”. Si las proposiciones trabajadas son ***“hoy está lloviendo”*** y ***“la pared tiene manchas”***, la conjunción de esas dos proposiciones sería “***hoy está lloviendo y la pared tiene manchas***”.

Es fácil notar que, al plantearlo de esta manera, la expresión completa sólo será verdadera si las dos proposiciones simples que la forman **son verdaderas al mismo tiempo**.

El símbolo de la conjunción es: y se aplica de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Si ***a*** y ***b*** son proposiciones simples,  la ***conjunción de a*** ***y*** ***b*** se escribe: ***a b*** |

La operativa de la conjunción sobre los valores de la tabla de verdad de dos proposiciones es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **CONJUNCIÓN :**  Es la operación que, al aplicarse sobre dos proposiciones, nos devuelve un valor V **solamente** cuando las dos proposiciones tienen valor V **al mismo tiempo.** Para cualquier otra combinación de valores, la conjunción devuelve F. |

Apliquemos la operativa descrita en la definición sobre la tabla de verdad de dos proposiciones simples.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO: Aplicación de una conjunción sobre dos proposiciones simples**   1. Planteamos la tabla de verdad de las proposiciones simples con las que estamos trabajando. Notemos, nuevamente que, al trabajar con dos proposiciones, debemos plantear una tabla de verdad con cuatro renglones.  |  |  | | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | | V | V | | V | F | | F | V | | F | F |  1. A esta tabla de verdad le añadimos la operación que queremos realizar: la ***conjunción de a y b***. Para ello añadimos una columna más a la tabla y como encabezado le agregamos la operación.  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V |  | | V | F |  | | F | V |  | | F | F |  |  1. Analizamos cada línea de las tablas de verdad de ***a*** y ***b*** aplicando la operativa de la conjunción. En la primera línea tenemos que el valor de verdad de ***a*** es V, y el valor de verdad de ***b*** es V, dando como resultado V  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | **V** | **V** | **V** | | V | F |  | | F | V |  | | F | F |  |   La segunda línea tiene V para ***a***, y F para ***b***. Según la definición, el resultado es F.   |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | V | | **V** | **F** | **F** | | F | V |  | | F | F |  |   Aplicamos el mismo procedimiento para las líneas siguientes:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | V | | V | F | F | | **F** | **V** | **F** | | F | F |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | V | | V | F | F | | F | V | F | | **F** | **F** | **F** |  1. De esta manera obtenemos el resultado final: la tabla de verdad de la ***conjunción de a y b.***  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | **V** | | V | F | **F** | | F | V | **F** | | F | F | **F** | |

Este procedimiento es el mismo para todas las operaciones que veremos en este curso: siempre planteamos primero los valores iniciales de las proposiciones con las que trabajamos, para luego si, comenzar con las operaciones considerando los valores involucrados en cada línea, aplicándoles la definición de la operación.

### La Disyunción Simple (El operador lógico O, también llamado OR)

La disyunción simple es una operación lógica que **requiere dos proposiciones simples**. Como se puede notar en el nombre de la operación, existe otra forma de disyunción llamada *disyunción exclusiva* que estudiaremos más adelante.

En lenguaje cotidiano, la disyunción (ya sea simple o exclusiva) suele asociarse con la partícula “O”. Si las proposiciones trabajadas son ***“hoy está lloviendo”*** y ***“la pared tiene manchas”***, la disyunción de esas dos proposiciones sería “***hoy está lloviendo o la pared tiene manchas***”.

El símbolo de la disyunción simple es: y se aplica de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Si ***a*** y ***b*** son proposiciones simples,  la ***disyunción simple de a*** ***y*** ***b*** se escribe: ***a b*** |

La operativa de la disyunción sobre los valores de la tabla de verdad de dos proposiciones es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DISYUNCIÓN SIMPLE:**  Es la operación que, al aplicarse sobre dos proposiciones, nos devuelve un valor V **siempre y cuando** alguna de las dos proposiciones tenga valor V**.** La disyunción solamente devuelve un valor F si ambas proposiciones son F **al mismo tiempo.** |

Noten la sutil diferencia que tiene la disyunción de la conjunción: mientras que la conjunción solo es verdadera cuando las dos proposiciones relacionadas son verdaderas al mismo tiempo, la disyunción solo es falsa si las dos proposiciones relacionadas son falsas al mismo tiempo. Esto puede hacernos pensar que la disyunción simple es la negación de la conjunción. Pero esto es una impresión falsa. Para demostrarlo veamos primero la tabla de verdad de la disyunción simple

Apliquemos la operativa descrita en la definición sobre la tabla de verdad de dos proposiciones simples.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO: Aplicación de una disyunción sobre dos proposiciones simples**   1. Planteamos la tabla de verdad de las proposiciones simples con las que estamos trabajando.  |  |  | | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | | V | V | | V | F | | F | V | | F | F |  1. A esta tabla de verdad le añadimos la operación que queremos realizar: la ***disyunción de a y b***.  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V |  | | V | F |  | | F | V |  | | F | F |  |  1. Analizamos **cada línea** de las tablas de verdad de ***a*** y ***b*** aplicando la operativa de la disyunción. En la primera línea vemos que el valor de verdad de ***a*** es V, y el valor de verdad de ***b*** es V, dando como resultado V.  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | **V** | **V** | **V** | | V | F |  | | F | V |  | | F | F |  |   La segunda línea tiene V para ***a***, y F para ***b***. Según la definición, el resultado es V.   |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | V | | **V** | **F** | **V** | | F | V |  | | F | F |  |   Aplicamos el mismo procedimiento para las líneas siguientes:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | V | | V | F | V | | **F** | **V** | **V** | | F | F |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | V | | V | F | V | | F | V | V | | **F** | **F** | **F** |  1. De esta manera obtenemos el resultado final: la tabla de verdad de la ***disyunción simple de a y b.***  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | **V** | | V | F | **V** | | F | V | **V** | | F | F | **F** | |

Ahora podemos comparar las operaciones de la conjunción y la disyunción simple:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO: Comparación entre la conjunción y la disyunción simple**   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | ***a b*** | | V | V | **V** | **V** | | V | F | **F** | **V** | | F | V | **F** | **V** | | F | F | **F** | **F** | | |
| vaca-habla-2.png | | **IMPORTANTE:** Si la disyunción simple fuera la negación de la conjunción, sus valores de verdad ***deberían ser opuestos entre sí*** en cada línea de la tabla de verdad, sin embargo, **no es así**.  Ambas operaciones incluso tienen **los mismos resultados** cuando las dos proposiciones relacionadas **tienen el mismo valor de verdad** al mismo tiempo.  Es importante notar estas diferencias ya que pueden llevar a supuestos **que deben corroborarse** para evitar errores operativos. |

### La Disyunción Exclusiva (El operador lógico XOR)

La disyunción exclusiva es una operación lógica que **requiere dos proposiciones simples**. Es la segunda forma de la disyunción y tiene una diferencia muy importante con la disyunción simple.

Como ya vimos antes, en lenguaje cotidiano, la disyunción suele asociarse con la partícula O. Si las proposiciones trabajadas son ***“hoy está lloviendo”*** y ***“la pared tiene manchas”***, la disyunción simple de esas dos proposiciones sería “***hoy está lloviendo o la pared tiene manchas***”.

Como ya vimos, al usar la disyunción simple, la proposición compleja tendrá como resultado V siempre y cuando ***al menos una*** de las proposiciones relacionadas tenga valor de verdad V. Eso significa que, al usar una disyunción simple, la proposición compleja “***hoy está lloviendo o la pared tiene manchas***” tiene valor V en cualquiera de las siguientes situaciones:

* Está lloviendo y la pared tiene manchas (a 🡪 V, b 🡪 V)
* Está lloviendo, pero la pared no tiene manchas (a 🡪 V, b 🡪 F)
* No está lloviendo, pero la pared tiene manchas (a 🡪 F, b 🡪 V)

Pero si en lugar de usar una disyunción simple, usáramos una ***disyunción exclusiva*** (que no tiene contraparte específica en el lenguaje cotidiano), la situación cambia ***completamente***. Para comprenderlo, veamos la operativa de la disyunción exclusiva:

El símbolo de la disyunción exclusiva es: y se aplica de la siguiente manera:

|  |  |
| --- | --- |
|  | Si ***a*** y ***b*** son proposiciones simples,  la ***disyunción exclusiva de a*** ***y*** ***b*** se escribe: ***a b*** |

La operativa de la disyunción exclusiva sobre los valores de la tabla de verdad de dos proposiciones es la siguiente:

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **DISYUNCIÓN EXCLUSIVA:**  Es la operación que, al aplicarse sobre dos proposiciones, nos devuelve un valor V **siempre y cuando** el valor de las dos proposiciones sea **opuesto entre sí.** Si las dos proposiciones tienen **valores de verdad iguales** (las dos son V o las dos son F al mismo tiempo), la disyunción exclusiva devuelve un valor F. |

En otras palabras, la disyunción exclusiva solo devuelve un valor de verdad V si las dos proposiciones relacionadas **tienen valores de verdad diferentes entre sí**.

En nuestro ejemplo anterior, esto significa que **solamente tendríamos un resultado V para los siguientes casos**:

* Está lloviendo, pero la pared no tiene manchas (a 🡪 V, b 🡪 F)
* No está lloviendo, pero la pared tiene manchas (a 🡪 F, b 🡪 V)

Apliquemos la operativa descrita en la definición sobre la tabla de verdad de dos proposiciones simples.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO: Aplicación de una disyunción exclusiva sobre dos proposiciones simples**   1. Planteamos la tabla de verdad de las proposiciones simples con las que estamos trabajando.  |  |  | | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | | V | V | | V | F | | F | V | | F | F |  1. A esta tabla de verdad le añadimos la operación que queremos realizar: la ***disyunción exclusiva de a y b***.  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V |  | | V | F |  | | F | V |  | | F | F |  |  1. Analizamos cada línea de las tablas de verdad de ***a*** y ***b*** aplicando la operativa de la disyunción exclusiva. En la primera línea vemos que el valor de verdad de ***a*** es V, y el valor de verdad de ***b*** es V, dando como resultado F  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | **V** | **V** | **F** | | V | F |  | | F | V |  | | F | F |  |   La segunda línea tiene V para ***a***, y F para ***b***. Según la definición, el resultado es V.   |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | F | | **V** | **F** | **V** | | F | V |  | | F | F |  |   Aplicamos el mismo procedimiento para las líneas siguientes:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | F | | V | F | V | | **F** | **V** | **V** | | F | F |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | F | | V | F | V | | F | V | V | | **F** | **F** | **F** |  1. De esta manera obtenemos el resultado final: la tabla de verdad de la ***disyunción exclusiva de a y b.***  |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | | V | V | **F** | | V | F | **V** | | F | V | **V** | | F | F | **F** | |

Ahora podemos comparar las operaciones de la disyunción simple y la disyunción exclusiva:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLO: Comparación entre la disyunción simple y la disyunción exclusiva**   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***a b*** | ***a b*** | | V | V | **V** | **F** | | V | F | **V** | **V** | | F | V | **V** | **V** | | F | F | **F** | **F** | |

Como se puede notar, la disyunción exclusiva es una forma “más estricta” de la disyunción y se trata de una operación **muy útil en numerosos procedimientos de manejo de información** tanto en la programación, administración de bases de datos, operaciones de encriptación y transmisión y corroboración de datos de red, entre muchas otras.

## 2.3 - Operaciones Lógicas Combinadas

### Combinación de Operadores Lógicos

Si tenemos en cuenta **cualquier discurso** que describa un **proceso de razonamiento**, nos daremos cuenta de que dicho discurso, si lo analizamos desde un punto de vista lógico, **no está formado por una única proposición**, sino por muchas. Y que dichas proposiciones, a su vez, **no están relacionadas entre sí por una única expresión** **lógica**, sino que necesariamente se deben utilizar **varias operaciones lógicas, combinándolas**, para obtener el planteo del razonamiento que se quiere explicar.

La operativa de las operaciones lógicas es **muy similar a la que se utiliza en la aritmética**, con reglas simples que deben aplicarse secuencialmente con el fin de llegar al resultado de la expresión de forma **correcta y consistente**.

Las reglas que aplicaremos son las siguientes:

|  |  |
| --- | --- |
| vaca-habla-1.png | **Reglas para Operaciones Lógicas Combinadas:**   1. **Precedencia:** En ausencia de paréntesis, la expresión se interpreta de acuerdo al orden de precedencia de las operaciones. El orden de precedencia es el siguiente:    1. Negaciones (¬)    2. Conjunciones (∧)    3. Disyunciones (∨, ⨁)    4. Todas las demás operaciones   En caso de que una proposición este rodeada por operaciones de igual orden de precedencia, las operaciones se asocian hacia la derecha.   1. **Paréntesis:** Las operaciones dentro de paréntesis, si están presentes, se deben resolver primero. En caso de existir paréntesis anidados uno dentro del otro, se deben resolver primero las operaciones dentro del paréntesis más “profundo” (o sea, el que se encuentra rodeado de más paréntesis). Operaciones que se encuentren en paréntesis a un mismo “nivel” de “profundidad” pueden resolverse en cualquier orden. 2. **Negaciones:** Si una negación afecta un paréntesis, primero se debe resolver el paréntesis y luego la negación sobre el mismo. |
|  |  |

Apliquemos estas reglas a algunos ejemplos para comprenderlas mejor. En cada tabla se va a colorear las columnas involucradas en cada paso de la resolución con azul claro y rojo claro, mientras que la columna resultado se coloreará con azul oscuro.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **EJEMPLOS: Operaciones Lógicas Combinadas**  **Ejemplo 1:**    En este caso no hay paréntesis, por lo que debemos fijarnos en el término que está rodeado por operaciones, la proposición ***b.***  Aplicamos las reglas de precedencia de la regla 1, y como las operaciones que rodean a ***b*** tienen igual precedencia, asociamos a ***b*** ***hacia la derecha con la conjunción con c****.*  El resultado es el siguiente:    Ahora, aplicando la regla 1, resuelvo primero el paréntesis en la tabla de verdad. | |
|  |  | |
| vaca-habla-2.png | | **IMPORTANTE:** SIEMPRE se deben plantear TODAS las proposiciones involucradas en la expresión. Aun cuando se resuelvan sub-expresiones en las que no participan todas. |
|  | | Como en la sub-expresión  **solo participan las proposiciones** ***b*** y ***c***, realizamos la operación fijándonos en **los valores de esas columnas** y aplicando la operativa de la conjunción.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***c*** |  | | V | **V** | **V** | **V** | | V | **V** | **F** | **F** | | V | **F** | **V** | **F** | | V | **F** | **F** | **F** | | F | **V** | **V** | **V** | | F | **V** | **F** | **F** | | F | **F** | **V** | **F** | | F | **F** | **F** | **F** |   Ahora, con el paréntesis resuelto, puedo resolver la operación restante. Para ello voy a plantear en la tabla de verdad **la expresión completa**, y voy a operar utilizando la columna de la proposición ***a***, y la columna del **resultado del paréntesis**. De esta manera resolvemos la expresión.   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***c*** |  |  | | **V** | V | V | **V** | **V** | | **V** | V | F | **F** | **F** | | **V** | F | V | **F** | **F** | | **V** | F | F | **F** | **F** | | **F** | V | V | **V** | **F** | | **F** | V | F | **F** | **F** | | **F** | F | V | **F** | **F** | | **F** | F | F | **F** | **F** |   **Ejemplo 2:**    Este ejemplo es muy similar al anterior y aplicamos las mismas reglas, pero en este caso, como **la conjunción tiene precedencia sobre la disyunción exclusiva** (regla 1), asociaremos a la proposición ***b*** con la conjunción, de esta manera el resultado es este: |
|  | | Para resolver esta expresión aplicamos la regla 2: resolvemos primero el paréntesis, trabajando con las proposiciones involucradas en la operación del mismo: la conjunción de ***a*** y ***b***.   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | *c* |  | | **V** | **V** | V | **V** | | **V** | **V** | F | **V** | | **V** | **F** | V | **F** | | **V** | **F** | F | **F** | | **F** | **V** | V | **F** | | **F** | **V** | F | **F** | | **F** | **F** | V | **F** | | **F** | **F** | F | **F** |   Ahora podemos plantear el resto de la expresión y resolverla.   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***c*** |  |  | | V | V | **V** | **V** | F | | V | V | **F** | **V** | V | | V | F | **V** | **F** | V | | V | F | **F** | **F** | F | | F | V | **V** | **F** | V | | F | V | **F** | **F** | F | | F | F | **V** | **F** | V | | F | F | **F** | **F** | F |   **Ejemplo 3:**    Para resolver esta expresión comenzamos aplicando la regla 1: precedencia. En este caso, tenemos dos negaciones, que preceden a todas las demás, por lo que asociamos las proposiciones con ellas.    Luego tenemos una conjunción y una disyunción. La conjunción tiene precedencia sobre la disyunción.    Ahora podemos comenzar a resolver la expresión. Tenemos dos negaciones, según la regla 3, estas se deben resolver primero. Pero una está dentro de un paréntesis, así que debemos resolver antes que **.**   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***c*** |  | | V | V | **V** | **F** | | V | V | **F** | **V** | | V | F | **V** | **F** | | V | F | **F** | **V** | | F | V | **V** | **F** | | F | V | **F** | **V** | | F | F | **V** | **F** | | F | F | **F** | **V** | |
|  | | Ahora, siguiendo la regla de paréntesis, continuamos con   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***c*** |  |  | | V | **V** | V | **F** | **F** | | V | **V** | F | **V** | **V** | | V | **F** | V | **F** | **F** | | V | **F** | F | **V** | **F** | | F | **V** | V | **F** | **F** | | F | **V** | F | **V** | **V** | | F | **F** | V | **F** | **F** | | F | **F** | F | **V** | **F** |   Ahora podemos resolver   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***c*** |  |  |  | | **V** | V | V | F | F | **F** | | **V** | V | F | V | V | **F** | | **V** | F | V | F | F | **F** | | **V** | F | F | V | F | **F** | | **F** | V | V | F | F | **V** | | **F** | V | F | V | V | **V** | | **F** | F | V | F | F | **V** | | **F** | F | F | V | F | **V** |   Y finalmente, resolvemos toda la expresión   |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** | ***c*** |  |  |  |  | | V | V | V | F | **F** | **F** | **F** | | V | V | F | V | **V** | **F** | **V** | | V | F | V | F | **F** | **F** | **F** | | V | F | F | V | **F** | **F** | **F** | | F | V | V | F | **F** | **V** | **V** | | F | V | F | V | **V** | **V** | **V** | | F | F | V | F | **F** | **V** | **V** | | F | F | F | V | **F** | **V** | **V** | |
|  | | **Ejemplo 4:**    En esta expresión podemos ver que tenemos dos paréntesis relacionados con una conjunción. Los paréntesis están al mismo “nivel”, pero **uno de ellos tiene aplicada una negación**, por lo que, siguiendo la regla 3, debemos resolverlo primero. |
| vaca-habla-2.png | | **IMPORTANTE:** Una negación aplicada sobre un paréntesis, se aplica **sobre el resultado de la o las expresiones del mismo**. En este sentido no existe una “propiedad distributiva” de la negación como es el caso en la aritmética.  Para resolver la expresión hay que **realizar todas las operaciones lógicas planteadas**, en el orden correcto, **sin excepciones**. |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Resolvemos la operación dentro del paréntesis:   |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** |  | | **V** | **V** | **F** | | **V** | **F** | **V** | | **F** | **V** | **V** | | **F** | **F** | **F** |   Y su negación:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** |  |  | | V | V | **F** | **V** | | V | F | **V** | **F** | | F | V | **V** | **F** | | F | F | **F** | **V** |   Ahora podemos resolver el otro paréntesis:   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** |  |  |  | | V | V | F | V | **V** | | V | F | V | F | **V** | | F | V | V | F | **V** | | F | F | F | V | **F** |   Finalmente, resolvemos la expresión completa:   |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | ***a*** | ***b*** |  |  |  |  | | V | V | F | V | **V** | **V** | | V | F | V | F | **V** | **F** | | F | V | V | F | **V** | **F** | | F | F | F | V | **F** | **F** | |
|  | **Ejemplo 5:**    Este ejemplo es algo diferente de los demás ya que se trata de una expresión con solo una proposición. Sin embargo, todas las reglas se aplican exactamente igual.  Primero aplicamos la precedencia de operaciones en la expresión:    Resolvemos la negación de**:**   |  |  | | --- | --- | | ***a*** |  | | **V** | **F** | | **F** | **V** |   Ahora podemos resolver el paréntesis.   |  |  |  | | --- | --- | --- | | ***a*** |  |  | | **V** | **F** | **F** | | **F** | **V** | **F** | |
|  | Y finalmente, resolvemos la expresión entera:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | ***a*** |  |  |  | | **V** | F | **F** | **V** | | **F** | V | **F** | **F** | |